

О ПЕРЕСТАНОВОЧНОСТИ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Белоконь Л.М.

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»
Могилёв, Беларусь

Пусть π – некоторое множество простых чисел, U и V – подгруппы конечной группы G с холловской π -подгруппой G_π , перестановочной с U и V . В работе [1] найдены достаточные условия перестановочности G_π с $U \cap V$ для случая, когда G – разрешимая группа, и приведены примеры, указывающие на существенность этих условий. В данном сообщении устанавливается, что требование разрешимости G можно опустить, а другие условия ослабить. Рассматриваются только конечные группы. Обозначения и основные определения см. в [2].

Определение [3]. Подгруппа H группы G называется G_π -субнормальной в G , если в G существует такая цепь подгрупп

$$G = G_0 \supseteq G_1 \supseteq \dots \supseteq G_t = H,$$

что либо $G_i < G_{i+1}$, либо $G_{i+1}/(G_i)_{G_{i+1}} \in G_\pi$

для любого $i \in \{1, 2, \dots, t\}$.

Теорема 1. Пусть U и V – подгруппы группы $G \in E_\pi$, и пусть G_π – холловская π -подгруппа G , перестановочная с U и V . Если U G_π -субнормальна в $G_\pi U$ или V G_π -субнормальна в $G_\pi V$, то G_π перестановочна с $U \cap V$.

Следствие 1.1. Пусть U и V – подгруппы группы $G \in E_\pi$, G_π – холловская π -подгруппа G . Если U (или V) G_π -субнормальна в G , G_π перестановочна с подгруппами U и V , то G_π перестановочна с подгруппой $U \cap V$.

Следствие 1.1 обобщает теорему А из [1].

Следствие 1.2. Пусть F – непустой класс групп, обладающий решеточным свойством для F -субнормальных подгрупп. Тогда в любой группе $G \in E_\pi$ множество всех $F \cap G_\pi$ -субнормальных подгрупп, перестановочных с холловской π -подгруппой G_π группы G , образует решетку.

Класс групп F обладает решеточным свойством для F -субнормальных подгрупп, если в любой группе множество всех F -субнормальных подгрупп образует решетку [3].

Следствие 1.3. В любой группе $G \in E_\pi$ множество всех субнормальных подгрупп, перестановочных с холловской π -подгруппой G_π группы G , образует решетку.

Из следствий 1.1 – 1.3 вытекают результаты, сформулированные в [3].

Теорема 2. Пусть U и V – подгруппы группы $G \in E_\pi$, и пусть G_π – холловская π -подгруппа G , перестановочная с U и V . Если $U \cap V$ G_π -субнормальна в $G_\pi U$ или в $G_\pi V$, $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$, то G_π перестановочна с $U \cap V$.

Следствие 2.1. Пусть U и V – подгруппы группы $G \in E_\pi$, G_π – холловская π -подгруппа G . Если $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ (или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$), $U \cap V$ G_π -субнормальна в G , а G_π перестановочна с U и V , то G_π перестановочна с $U \cap V$.

Следствие 2.2. Пусть U и V – подгруппы группы $G \in E_\pi$, G_π – холловская π -подгруппа G . Если $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ (или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$), $U \cap V$ субнормальна в G , а G_π перестановочна с U и V , то G_π перестановочна с $U \cap V$.

Следствие 2.2 обобщает теорему С из [1].

УДК 512.548

БЕРНСАЙДОВЫ МНОГООБРАЗИЯ ТЕРНАРНЫХ ГРУПП

Воробьёв Г.Н., Решко К.А.

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»
Могилев, Беларусь

Тернарные группы, являясь частным случаем n -арных групп, изучаются, за редкими исключениями [1, 2], в основном в рамках общей теории n -арных групп. У групп и n -арных групп, включая тернарные группы, имеются не только общие свойства, но и существенные различия: многие понятия и свойства n -арных групп ($n > 2$) не имеют соответствующих аналогов в теории групп. А в исследованиях по n -арным группам именно такие свойства и представляют особый интерес, при этом подсмотреть и сформулировать их во многих случаях можно на тернарных группах. И только после этого соответствующие результаты распространяются на полиадические группы произвольной арности. Значительна роль тернарных групп и при изучении свойств, общих для групп и n -арных групп. Если несложные групповые свойства легко распространяются на n -арные группы произвольной арности, то при попытках такого переноса весьма сложных групповых свойств, произвольная арность часто мешает увидеть существенное. Поэтому,