УДК 51-73; 531.3; 796.01

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ МОЩНОСТИ ДВИЖЕНИЯ В БИОМЕХАНИКЕ

Покатилов А.Е., Гальмак А.М., Воронович Ю.В., Попов В.Н.
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий
г. Могилев, Беларусь

Исторически со времен И. Ньютона сложилась теория и практика использования математического анализа, в частности дифференцирования, для исследования движения тел в механике [1]. Тем не менее, ряд понятий ассоциируют в первую очередь с движением на уровне кинематики. Это относится к понятиям скорости и ускорения.

Нами была высказана гипотеза, что данный инструмент в виде математического анализа окажется, не менее полезен и при изучении динамических закономерностей целенаправленного движения в биомеханике спорта [2]. Он позволит определить скоростно-силовые характеристики мышечной системы спортсмена при проведении биомеханического анализа движения по результатам видеосъемки без дополнительного специализированного оборудования и методик, никак не связанных с соревновательной и тренировочной практиками [2].

Для этого введем понятие динамической скорости по изучаемой динамической характеристике. Так в данном исследовании динамическая скорость $V^{Б}_{N_{i-1,i}}$ по биомеханической мощности равна

$$V^{M}_{N_{i-1,i}} = \frac{dN^{M}_{i,i-1}}{dt} \text{ (Н·м/с}^2\text{; Вт/с).} \tag{1}$$

Более предпочтительным вариантом размерности по уравнению (1) является Вт/с, так как отражает физический смысл динамической характеристики движения.

Продифференцируем по времени уравнение для биомеханической мощности, записанное через управляющие моменты $M_{i,i-1}$ и суставные скорости $\Delta\dot{Q}_{i,i-1}$ [2]. Получим для динамической скорости по биомеханической мощности выражение

$$V^{Б}_{N_{i-1,i}} = \dot{M}_{i,i-1}\Delta\dot{Q}_{i,i-1} + M_{i,i-1}\Delta\ddot{Q}_{i,i-1}. \tag{2}$$

Учтем, что структура уравнений динамики подходит, прежде всего, для спортивной гимнастики и четко делится на две составляющие, отражающие движение двух разных систем: механической $V^{Б,ОП}_{N_{i-1,i}}$ (спортивный снаряд), и биомеханической $V^{Б,БМС}_{N_{i-1,i}}$ (опорно-двигательный аппарат спортсмена). Тогда по уравнению (2) имеем

$$V^{Б}_{N_{i-1,i}} = V^{Б,ОП}_{N_{i-1,i}} + V^{Б,БМС}_{N_{i-1,i}}. \tag{3}$$

В развернутом виде уравнение (3) можно показать следующим образом

$$V^{Б}_{N_{i-1,i}} = \dot{M}^{ОП}_{i,i-1}\Delta\dot{Q}_i + M^{ОП}_{i,i-1}\Delta\ddot{Q}_i + \dot{M}^{БМС}_{i,i-1}\Delta\dot{Q}_i + M^{БМС}_{i,i-1}\Delta\ddot{Q}_i. \tag{4}$$

Отметим, что анализ уравнений (2)-(4) затруднен, так как на примере момента управляющих сил, выявлено, что появление новых закономерностей связано с тем, что динамические уравнения движения записываются через тригонометрические функции. Их производные и дают опережение динамической скорости над самой функцией. В уравнения же (2)-(4) входят моменты управляющих сил $M^{ОП}_{i,i-1}$ и $M^{БМС}_{i,i-1}$ и их первые производные по времени $\dot{M}^{ОП}_{i,i-1}$, $\dot{M}^{БМС}_{i,i-1}$. Но дополнительно включены первые и вторые производные $\Delta\dot{Q}_i$, $\Delta\ddot{Q}_i$. Ранее нами было показано, что вторая производная влияет на сдвиг динамических ускорений по отношению к функции в сторону опережения, и в сторону отставания. На уровне биомеханического анализа это означает разные фазы движения: фазу ускоренного или фазу замедленного движений. На уровне теоретического анализа решить данный вопрос сложно.

Тем не менее, покажем подробно структуру динамической скорости по биомеханической мощности после дифференцирования. Сгруппировав уравнение динамической скорости по мощности для выделенной опоры, получим

$$V_{N_{i-1,i}}^{Б,ОП} = \begin{pmatrix} -\ddot{L}_{0_Г}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j - \ddot{L}_{0_Г}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\cos Q_j + \\ +\ddot{L}_{0_В}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j - \ddot{L}_{0_В}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j \end{pmatrix}\cdot\Delta\dot{Q}_i +$$

$$+\left(-\ddot{L}_{0_Г}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j + \ddot{L}_{0_В}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j\right)\cdot\Delta\ddot{Q}_i. \quad (5)$$

Отметим, что выражения (3)-(5) характерны только для случая движения в условиях упругой опоры.

Вторая часть выражения (3) $V_{N_{i-1,i}}^{Б,БМС}$ отражает движение самого спортсмена, а не спортивного снаряда. После дифференцирования второй части уравнений, запишем динамическую скорость по мощности для выделенной БМС. Получим

$$V_{N_{i-1,i}}^{Б,БМС} = \begin{bmatrix} -g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j + \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\dddot{Q}_k\cos(Q_k - Q_j) - \\ -\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\ddot{Q}_k(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j)\sin(Q_k - Q_j) - \\ -2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\dot{Q}_k\ddot{Q}_k\sin(Q_k - Q_j) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\dot{Q}_k^2(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j)\cos(Q_k - Q_j) \end{bmatrix}\cdot\dot{Q}_i +$$

$$+\begin{bmatrix} g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j + \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\ddot{Q}_k\cos(Q_k - Q_j) - \\ -\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} A_{jk}\dot{Q}_k^2\sin(Q_k - Q_j) \end{bmatrix}\cdot\Delta\ddot{Q}_i. \quad (6)$$

Общая картина по уравнению (6) не изменилась. Отметим, что здесь появилось угловое ускорение, а значит и необходимость анализа по фазам движения звеньев, отражающих технику спортивного упражнения.

Список использованных источников

1. Бегун, П. И. Моделирование в биомеханике: учеб. пособие / П.И. Бегун, П.Н. Афонин. – М.: Высш. шк., 2004. – 390 с.

2. Воронович, Ю.В. Сравнительный анализ выходной мощности, развиваемой тяжелоатлетами различной спортивной квалификации в упражнении "рывок" / Ю.В. Воронович, Д.А. Лавшук, А.Е. Покатилов, Р.В. Левков // Веснік МДУ. – 2022. – № 2 (60). – С. 63 - 70.